

GUÍA DE EJERCICIOS # 3

MA – 1112

1.- Calcular las siguientes integrales definidas:

(a) $\int_0^2 (x + 1) dx$

(b) $\int_1^2 (x^2 - x) dx$

(c) $\int_1^8 (x^{1/3} - x^{-1/3}) dx$

(d) $\int_{-2}^1 x(x - 2)(x + 2) dx$

(e) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sen x dx$

(f) $\int_{-4}^{-2} \left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right) dx$

(g) $\int_{-2}^3 |x + 1| dx$

(h) $\int_{-1}^1 x|2x - 1| dx$

(i) $\int_0^{\pi} |\cos x| dx$

(j) $\int_0^{\pi} f(x) dx$ donde $f(x) = \begin{cases} \sen x & \text{si } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x & \text{si } \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases}$

2.- Calcular las siguientes integrales indefinidas:

(a) $\int 2x(x^2 + 3)^5 dx$

(b) $\int (3y^2 + 6y)(y^3 + 3y^2 + 1)^{2/3} dy$

(c) $\int \frac{5}{(3x-1)^3} dx$

(d) $\int \sqrt{2x-1} dx$

(e) $\int x^2(3x^3 + 7)^5 dx$

(f) $\int \frac{1}{\sqrt{x-5}} dx$

(g) $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{2x^3+9}} dx$

(h) $\int \left(\sqrt{2x} - \frac{1}{\sqrt{2x}}\right) dx$

(i) $\int \frac{2}{t^2} \sqrt{\frac{1}{t} + 9} dt$

(j) $\int \frac{4\sen x}{(1+\cos x)^3} dx$

(k) $\int \frac{3 \tan t - 4 \cos^2 t}{\cos t} dt$

(l) $\int \frac{\arctan t}{1+t^2} dt$

(m) $\int x \cos x^2 dx$

(n) $\int \tan 5t dt$

(ñ) $\int \frac{1}{1+25x^2} dx$

(o) $\int \frac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx$

(p) $\int \sqrt{x} \sqrt{(8x)^{3/2} + 3} dx$

(q) $\int (x^3 + 5x) \sqrt{x^2 + 5} dx$

3.- Calcular las siguientes integrales definidas:

(a) $\int_4^5 \frac{2}{(x-3)^3} dx$

(b) $\int_{-1}^1 x \sqrt{x^2 + 3} dx$

(c) $\int_0^{\sqrt{7}} \left(3x - \frac{x}{(x^2+2)^{4/3}}\right) dx$

(d) $\int_{-1}^1 \frac{2x}{(x^2+4)^2} dx$

(e) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos x} \sen x dx$

(f) $\int_0^3 (\sqrt{x} + \sqrt{2x+1}) dx$

(g) $\int_1^4 \frac{\sqrt[3]{1+4\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

(h) $\int_{-8}^{-3} \sqrt{|x| + 1} dx$

(i) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (\sec x + \tan x)^2 dx$

(j) $\int_{\frac{1}{2}}^1 \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3 \frac{1}{x^2} dx$

(k) $\int_{-1}^1 \frac{u^3+u}{(u^4+2u^2+1)^5} du$

(l) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} (x - \cos \pi x) dx$

4.- Encontrar el valor promedio de la función dada en el intervalo que se indica:

(a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 1$; $[-1, 1]$ (b) $f(x) = x\sqrt{x^2 + 16}$; $[0, 3]$

(c) $f(x) = \frac{\text{sen } \pi x}{\cos^2 \pi x}$; $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$ (d) $f(x) = \frac{(\sqrt{x}-1)^3}{\sqrt{x}}$; $[4, 9]$

5.- Sea f una función continua en el intervalo $[1, 3]$ tal que $\int_1^3 f(x)dx = 8$. Pruebe que f toma el valor 4 por lo menos una vez en el intervalo $[1, 3]$.

6.- Para las siguientes funciones, encontrar el valor de c , en el intervalo indicado, para el cual $f(c)$ sea igual al valor promedio de la función en dicho intervalo:

(a) $f(x) = x^2 + 2x$; $[-1, 1]$ (b) $f(x) = \sqrt{x+1}$; $[0, 3]$

7.- El valor promedio de una función no negativa continua $y = f(x)$ sobre el intervalo $[1, 5]$ es 3. ¿Cuál es el área bajo la gráfica de $y = f(x)$ en dicho intervalo?

7.- Encuentre el área de la región limitada por las gráficas de las ecuaciones dadas:

- (a) $y = x^2 + 2$, $x = -1$, $x = 2$ y el eje x . (b) $y = 2 - x - x^2$ y el eje x .
(c) $y = \sqrt{x+9}$, $x = -9$, $x = 0$ y el eje x . (d) $y = |x|$, $x = -2$, $x = 2$ y el eje x .
(e) $y = 2x - x^2$, $x = 1$, $x = 3$ y el eje x . (f) $y = 4 + 3x - x^2$ y el eje x .
(g) $y = x^2 + 1$, $y = x + 3$. (h) $y^2 = x + 1$, $x = 1$.
(i) $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$. (j) $y = x - 6$, $y^2 = x$.
(k) $y = 4 - x^2$, $y = -3x$. (l) $y = x^3 - 1$, $y = x - 1$
(m) $y = 8 - x^2$, $y = x^2$, $x = -1$, $x = 1$. (n) $y = x^3 - x$, $y = 0$.
(ñ) $y^2 = -x - 2$, $x - y = 5$, $y = -1$, $y = 1$.
(o) $x - y + 1 = 0$, $7x - y - 17 = 0$, $2x + y + 2 = 0$.